Prawdopodobieństwo

1 Po dokładnym przetestowaniu stwierdzono, że logarytm naturalny czasu życia (w tys. godzin) pewnego typu układu scalonego ma rozkład normalny ze średnią 12 godzin i odchyleniem standardowym 1,3 godziny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:

(a) jeden losowo wybrany układ scalony tego typu wytrzymuje 3 lata użytkowania?

(b) co najmniej jeden z dwóch takich układów scalonych połączonych równolegle przetrwa 3 lata użytkowania?

(c) Ile układów scalonych powinno być eksploatowanych równolegle, aby zagwarantować 99,5% niezawodność działania przez 4 lata użytkowania?

Odpowiedź **Rozwiązanie**

Odpowiedzi

1 (a) 91,9%

(b) 99,35%

(c) 3

Pytanie **Rozwiązanie**

Rozwiązania

1 (a) Przyjmujemy, że $x = \ln t$ oraz że x ma średnią μ równą 12 godzin i odchylenie standardowe σ równe 1,3 godziny. Zatem zmienna standaryzowana z dana jest wzorem

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{x-12}{1{,}3}.$$

Jeśli $t = 3$ lata $= 3 \cdot 365 \cdot 24 = 28\,280$ godzin, to $x = \ln 26\,280 = 10{,}177$ z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.

Zmienna standaryzowana dla $x = 10{,}177$ wynosi zatem

$$z = \frac{10{,}177 - 12}{1{,}3} = -1{,}40 \text{ z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.}$$

Prawdopodobieństwo, że $z > -1{,}40$ odczytujemy z tabeli wartości pola obszaru pod krzywą standardowego rozkładu normalnego:

$$P(z > -1{,}4) = 0{,}9192.$$

Czyli z prawdopodobieństwem 91,9% układ scalony przetrwa 3 lata.

(b) Prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden z dwóch równoległych układów (oznaczmy je literami A i B) przetrwa 3 lata obliczamy z równania:

$$P(A \text{ przetrwa LUB } B \text{ przetrwa}) = P(A \text{ przetrwa}) + P(B \text{ przetrwa}) - P(A \text{ przetrwa}) \cdot P(B \text{ przetrwa}).$$

Czyli:

$$\begin{aligned} P(A \text{ przetrwa LUB } B \text{ przetrwa}) &= 0{,}9192 + 0{,}9192 - 0{,}9192 \cdot 0{,}9192 \\ &= 0{,}9935. \end{aligned}$$

Tak więc z prawdopodobieństwem 99,35% co najmniej jeden z dwóch układów połączonych równolegle przetrwa 3 lata.

(c) Jeśli $t = 4$ lata $= 4 \cdot 365 \cdot 24 = 35\,040$ godzin, to $x = \ln 35\,040 = 10{,}464$ z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.

Zmienna standaryzowana dla $x = 10{,}464$ wynosi zatem

$$z = \frac{10{,}464 - 12}{1{,}3} = -1{,}18 \text{ z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.}$$

Prawdopodobieństwo, że $z > -1{,}18$ odczytujemy z tabeli wartości pola obszaru pod krzywą standardowego rozkładu normalnego:

$$P(z > -1{,}18) = 0{,}8810.$$

Prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden z dwóch układów połączonych równolegle (oznaczmy je literami A i B) przetrwa 3 lata obliczamy z równania:

$$P(A \text{ przetrwa LUB } B \text{ przetrwa}) = P(A \text{ przetrwa}) + P(B \text{ przetrwa}) - P(A \text{ przetrwa}) \cdot P(B \text{ przetrwa}).$$

Czyli:

$$\begin{aligned} P(A \text{ przetrwa LUB } B \text{ przetrwa}) &= 0{,}8810 + 0{,}8810 - 0{,}8810 \cdot 0{,}8810 \\ &= 0{,}9858 < 0{,}995. \end{aligned}$$

Prawdopodobieństwo, że co najmniej jeden z trzech układów połączonych równolegle (oznaczmy je literami A, B i C) przetrwa 3 lata obliczamy z równania:

$$P(A \text{ LUB } B \text{ LUB } C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A) \cdot P(B) - P(A) \cdot P(C) \\ - P(B) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Czyli:

$$P(A \text{ LUB } B \text{ LUB } C) = 3 \cdot 0{,}8810 - 3 \cdot 0{,}8810^2 + 0{,}8810^3 \\ = 0{,}9983 > 0{,}995.$$

Wymagane są trzy równoległe układy, aby zapewnić niezawodność na poziomie 99,5%.

Pytanie **Odpowiedź**